

Das nächsten Zirkeltreffen im Jahr 2012 finden am 01. und 08. März 2012 statt!
Das Treffen am 14. März 2012 entfällt!

Siehe auch auf der Webseite nach:

<http://geom.mi.fu-berlin.de/lange/msg>

Aufgabe: Fixpunkte von Permutationen

Die Zahl $p_n(k)$ bezeichne die Anzahl der Permutationen der Menge $\{1, 2, \dots, n\}$, die genau k Fixpunkte besitzen. Zeige, dass

$$\sum_{k=0}^n k \cdot p_n(k) = n!$$

gilt.

Aufgabe: Was für eine Funktion!

Finde alle Funktionen $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, die die folgenden drei Eigenschaften erfüllen:

- (1) $f(x + y) = f(x \cdot f(y)) \cdot f(y)$ für alle $x, y \geq 0$,
- (2) $f(2) = 0$,
- (3) $f(x) \neq 0$ für $0 \leq x < 2$.

Hinweis: Versuche zunächst zu zeigen, dass $(2 - y)f(y) = 2$ für $0 \leq y < 2$ gilt. Was folgt daraus für $y \geq 2$?

Aufgabe: Drei Männer spielen um Geld (vom letzten Aufgabenblatt)

Drei Männer spielen drei Runden um Geld, wobei jede Runde genau ein Spieler verliert. Der Verlierer verliert den Betrag, der benötigt wird um die Beträge der anderen jeweils zu verdoppeln.

Nach drei Runden hat jeder Spieler einmal verloren und jeder Spieler besitzt 24 Euro. Wieviel Euro hatten die drei Männer zu Beginn des Spiels?